Beugung und Interferenz

OPTIK

Beugung und Interferenz - Einführung

Das Wichtigste auf einen Blick

Beugung ist die Ablenkung einer Welle an einem Hindernis.
Konstruktive Interferenz bedeutet eine Verstärkung.
Destruktive Interferenz bedeutet eine Auslöschung.

Der Begriff "Beugung"

Abb. 1 Beugung von Wasserwellen an einem Spalt

Als Beugung bezeichnet man die Ablenkung einer Welle an einem Hindernis. Beugung tritt dabei sowohl bei mechanischen Wellen, wie z.B. Wasserwellen, auf als auch bei elektromagnetischen Wellen wie Licht.

In Abb. 1 trifft eine ebene Wasserwelle auf einen schmalen Spalt. Die Wasserwellen werden am Spalt gebeugt, also abgelenkt und breiten sich hinter dem Spalt kugelförmig aus. Die Beugung wird dabei neben der einfallenden Welle vor allem von der Art und Form des Hindernisses, auch Beugungsobjekt genannt, beeinflusst.

Der Begriff "Interferenz"

Die Überlagerung von Wellen wird als Interferenz bezeichnet. Dabei sind zwei Fälle von besonderer Bedeutung: konstruktive Interferenz und destruktive Interferenz. Bei konstruktiver Interferenz verstärken sich die einzelnen Wellen, bei destruktiver Interferenz löschen sich die Wellen gegenseitig aus.

Beispiele

Interferenzerscheinungen können in der Regel ebenfalls bei allen Wellenphänomenen auftreten, zum Beispiel bei Wasserwellen, Schallwellen oder auch bei Licht. Bei Licht führt konstruktive Interferenz zu verstärkter Helligkeit, destruktive Interferenz zu Dunkelheit. Bei Schall führt konstruktive Interferenz zu höherer Lautstärke, destruktive Interferenz zu Stille.

Bedingungen

Damit konstruktive oder destruktive Interferenz zwischen den Wellen auftritt, müssen die Wellen einen bestimmten Gangunterschied Δs besitzen.

Bedingung für konstruktive Interferenz (Verstärkung):

$$\Delta s = k \cdot \lambda \; ; \; k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$$

Bedingung für destruktive Interferenz (Auslöschung):

$$\Delta s = (k + \frac{1}{2}) \cdot \lambda \; ; \; k \in \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ \ldots\}$$

Hinweis: Bei nahezu allen folgenden Versuchen schafft man durch einen "Trick" aus einer Lichtquelle zwei Lichtquellen, deren Licht kohärent ist.

Weiterführende Artikel

>

Zwei-Quellen-Interferenz

Das Wichtigste auf einen Blick

Gibt es nur zwei Quellen bzw. Sender, so spricht man von Zwei-Quellen-Interferenz.
Winkelweite und Gangunterschied lassen sich besonders einfach berechnen, wenn der Abstand Sender-Empfänger groß ist gegenüber dem Abstand der beiden Sender.
Aus dem Beugungsbild von Licht am Doppelspalt, kann man die Wellenlänge des Lichtes bestimmen.

Die Überlagerung von Wellen wird als **Interferenz** bezeichnet. Gibt es nur zwei Sender (Quellen) von denen Wellen ausgehen, so spricht man von Zwei-Quellen-Interferenz (ZQI). Beispiele für Sender sind zwei Tupfer in einer Wasserwellenwanne, zwei Lautsprecher oder zwei Spalte, von denen Elementarwellen ausgehen.

Annahmen

Vereinfachend wollen wir annehmen, dass die betrachteten Wellen harmonisch sind und gleiche Amplitude, Frequenz und Schwingungsrichtung besitzen.

Stelle dir einen ruhigen See vor, in den zwei Tupfer (Sender S_1 und S_2) eintauchen und zwei Kreiswellensysteme erzeugen, außerdem in einiger Entfernung einen Korken (Empfänger E), der von den Wellen erfasst und zu Schwingungen angeregt wird. Bei der Überlagerung der Wellen treten die beiden folgenden Extremfälle auf:

Konstruktive Interferenz

Ein Berg von Welle 1 trifft auf einen Berg von Welle 2 oder ein Tal von Welle 1 trifft auf ein Tal von Welle 2. In diesem Fall kommt es zur Maximalauslenkung (z.B. des Korkens).

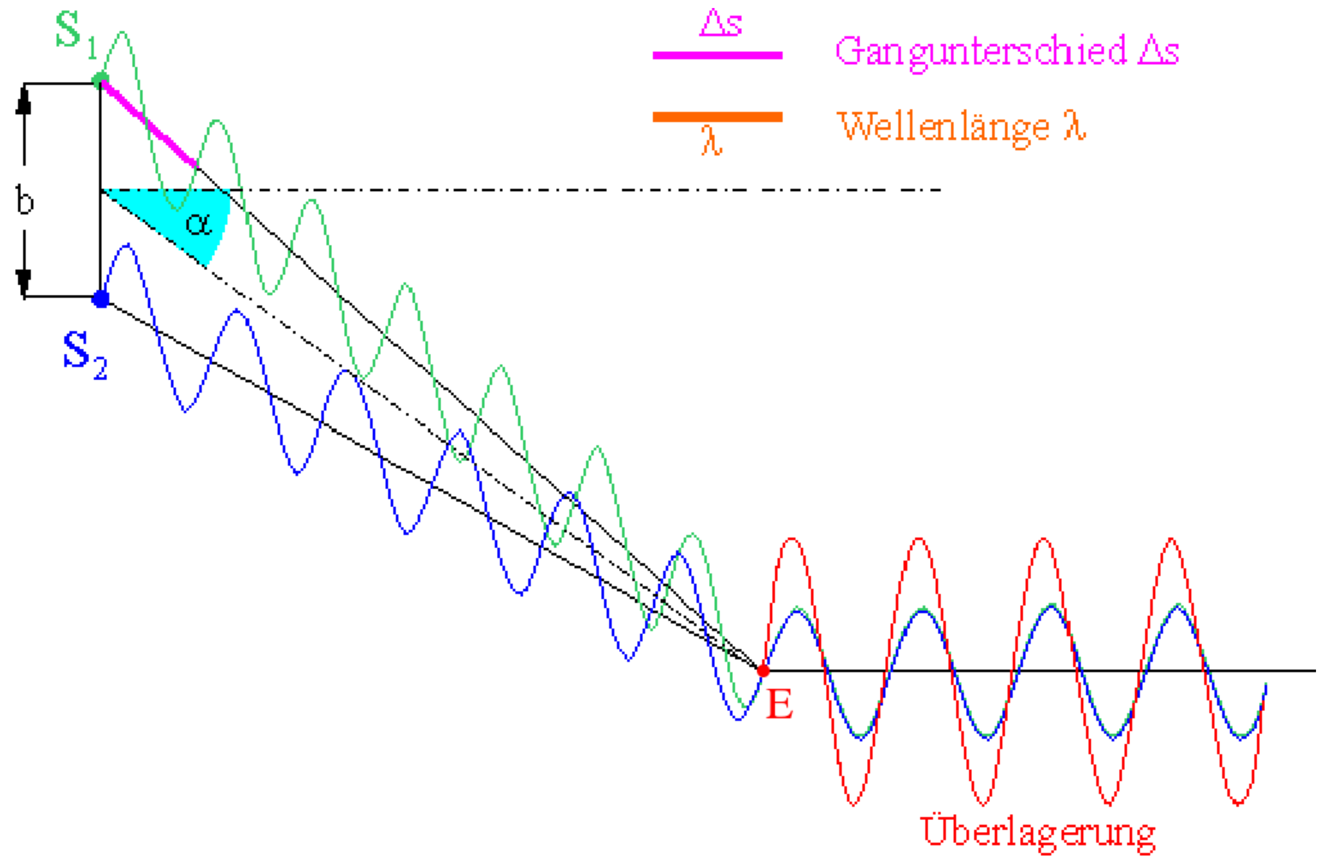


Abb. 1 Bedingung für konstruktive Interferenz

konstruktive Interferenz

Zur konstruktiven Interferenz kommt es immer dann, wenn für den Gangunterschied $\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$ gilt

$$\Delta s = n \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad \mathrm{n} \in \{0\,;\,1\,;\,2\,;\,\ldots\}$$

Man spricht für $n = 0 \Rightarrow \Delta s = 0 \cdot \lambda = 0$ vom Maximum 0. Ordnung.

Für $n = 1 \Rightarrow \Delta s = 1 \cdot \lambda = \lambda$ kommt es zum Maximum 1. Ordnung.

Destruktive Interferenz

Ein Berg von Welle 1 trifft auf ein Tal von Welle 2 oder ein Tal von Welle 1 trifft auf einen Berg von Welle 2. In diesem Fall kommt es zur Auslöschung (z.B. keine Auslenkung des Korkens).

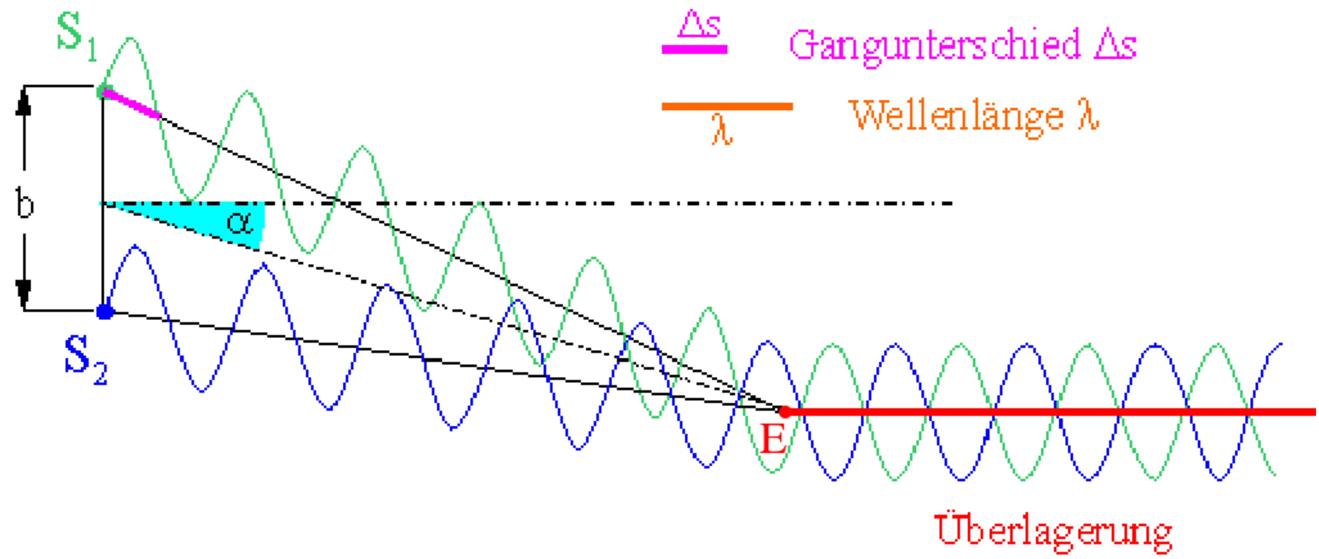


Abb. 2 Bedingung für destruktive Interferenz

destruktive Interferenz

Zur destruktiven Interferenz kommt es immer dann, wenn der Gangunterschied $\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$ die Werte $\frac{\lambda}{2}$, $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$, $5 \cdot \frac{\lambda}{2}$ usw. annimmt. Mathematisch elegant kann man dies in der folgenden Form schreiben:

$$\Delta s = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad \text{mit} \quad \mathrm{n} \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\dots\}$$

Man spricht für $n = 1 \Rightarrow \Delta s = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda = \frac{\lambda}{2}$ vom Minimum 1.Ordnung.

Winkelweite α

Die Berechnung der Winkelweite α, unter dem ein Maximum oder Minimum erscheint, wird dann besonders einfach, wenn die Entfernung a des Empfängers E sehr groß gegenüber dem Abstand b der beiden Sender ist ($b \ll a$).In diesem Fall sind die Geraden $\overline{\mathrm{S_1E}}$ und $\overline{\mathrm{S_2E}}$ nahezu parallel und der Winkel α sehr klein.

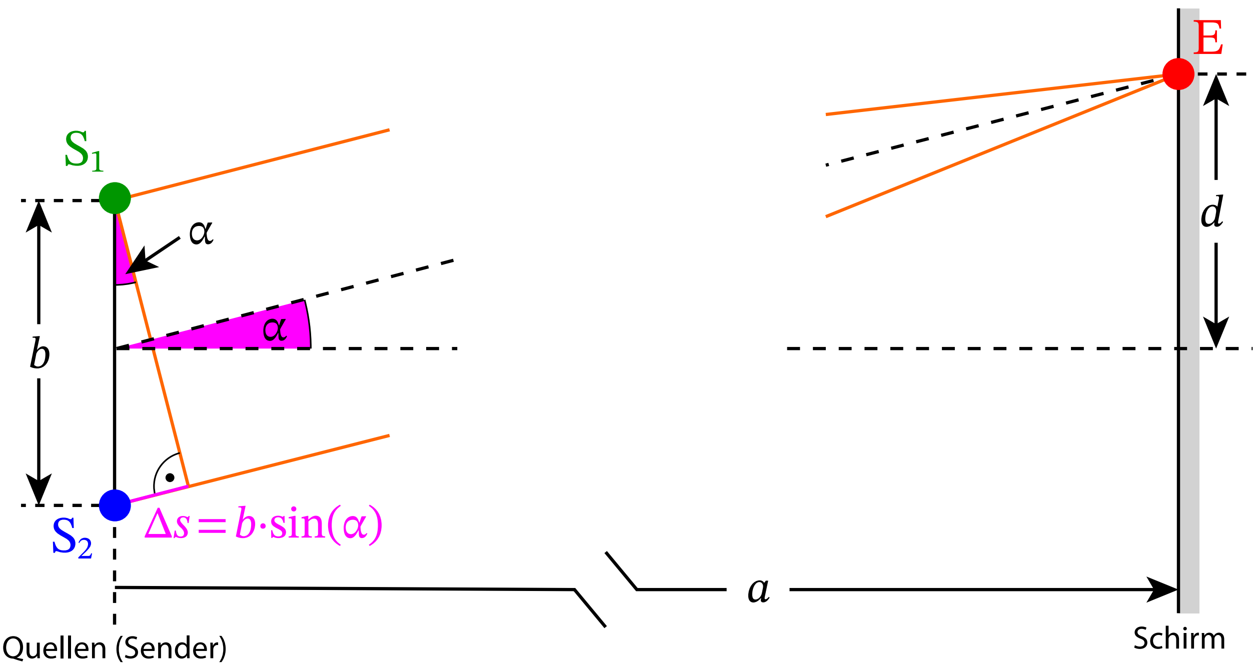


Abb. 3 Zwei-Quelle-Interferenz von Wellen bei großem Abstand Sender-Empfänger

Aus der Zeichnung kann man entnehmen, dass für den Gangunterschied Δs gilt

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta s}{b} \Leftrightarrow \Delta s = b \cdot \sin(\alpha) \quad (1)$$

und dass für die Winkelweite α gilt

$$\tan(\alpha) = \frac{d}{a} \quad (2)$$

Ist α sehr klein (d.h. in der Schulpraxis $\alpha < 5^\circ$), so stimmt der Sinus und der Tangens eines Winkels gut überein, d.h. es gilt $\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$; man nennt dies die **Kleinwinkelnäherung**. Mit dieser Näherung folgt dann aus (1) und (2)

$$\Delta s = b \cdot \tan(\alpha) = b \cdot \frac{d}{a}$$

Die Berechnung des Gangunterschiedes bei nahem Schirm, wird **hier** beschrieben.

Anwendung:

Mithilfe dieser Erkenntnisse kannst du experimentell die Wellenlänge von Licht bestimmen, wenn du den Spaltabstand b eines Doppelspaltes kennst.

Kennst du die Wellenlänge λ eines Lasers, so kannst du umgekehrt auch den Spaltabstand b eines Doppelspaltes experimentell bestimmen.

Weiterführende Artikel

Versuche/Erarbeiten

Wellenlängenbestimmung mit dem Doppelspalt

Beugung und Interferenz am Doppelspalt (Simulation)

>

Gangunterschied bei zwei Quellen

Das Wichtigste auf einen Blick

Zur Berechnung des Gangunterschiedes muss zwischen verschiedenen Fällen unterschieden werden.
Bei Reflexion am optisch dichteren Medium muss der Phasensprung berücksichtigt werden.

1. Fall: Es gilt nicht a >> b

Der Abstand b der beiden Quellen (Spalte) ist nicht klein gegenüber der Entfernung a des Beobachtungspunktes.

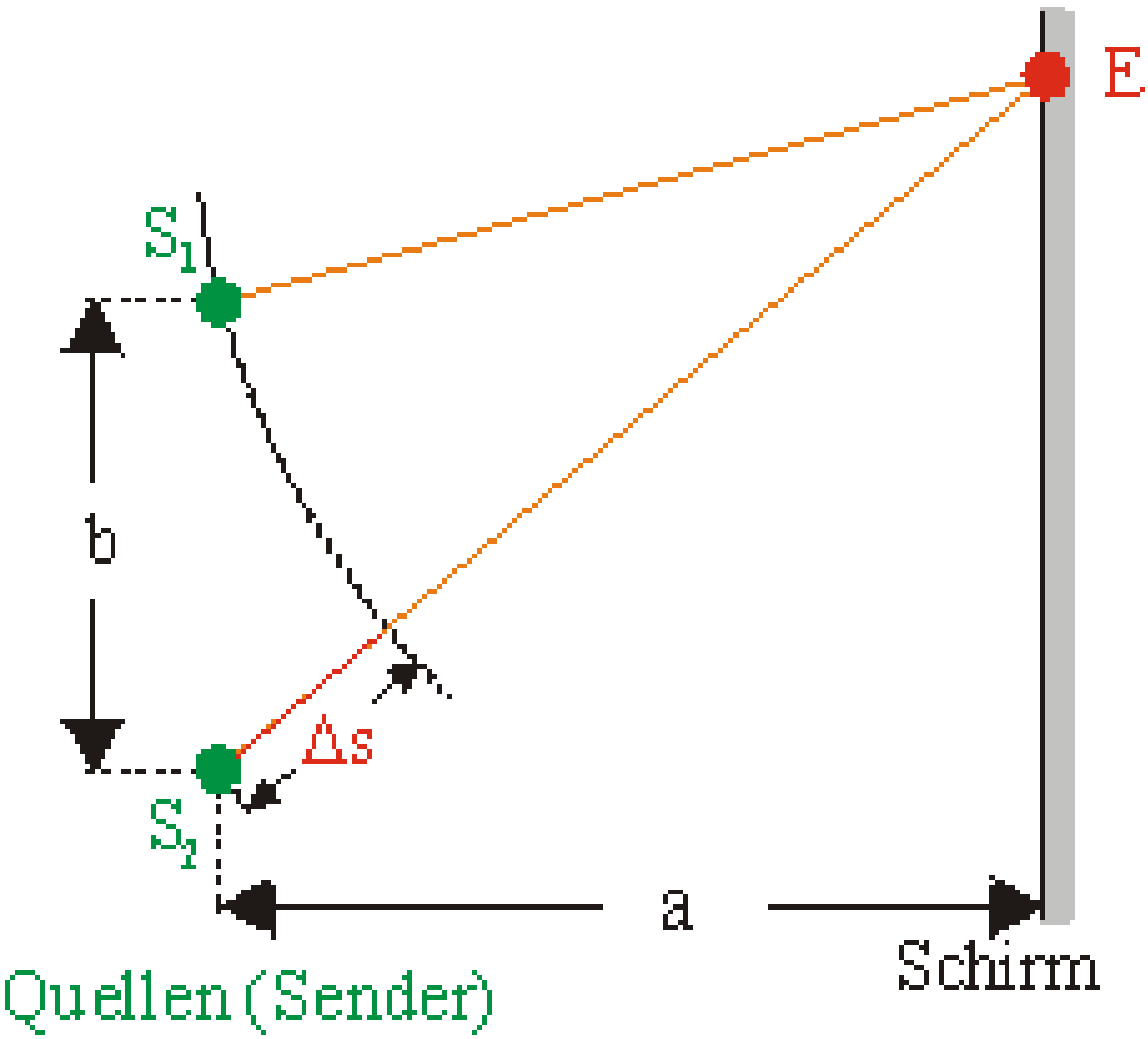


Abb. 1 Weglängenunterschied bei kleinem Abstand Sender-Schirm

Zur Berechnung des Gangunterschiedes kann man keine Näherungen heranziehen. Es gilt:

$$\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right|$$

Hinweis:
Die Verwendung des Satzes von Pythagoras ist meist hilfreich.

Übergang zu weiter entferntem Schirm

Wie die folgende Animation zeigt, werden dann, wenn die Entfernung a zwischen Quelle und Empfänger E im Vergleich zum Abstand b der beiden Sender immer größer wird, die Geraden $\overline{\mathrm{S_1E}}$ und $\overline{\mathrm{S_2E}}$ nahezu parallel und die Winkelweite α wird sehr klein (meist $\alpha < 5°$).

2. Fall: Es gilt a >> b

Der Abstand b der beiden Quellen (Spalte) ist sehr klein gegenüber der Entfernung a des Beobachtungspunktes.

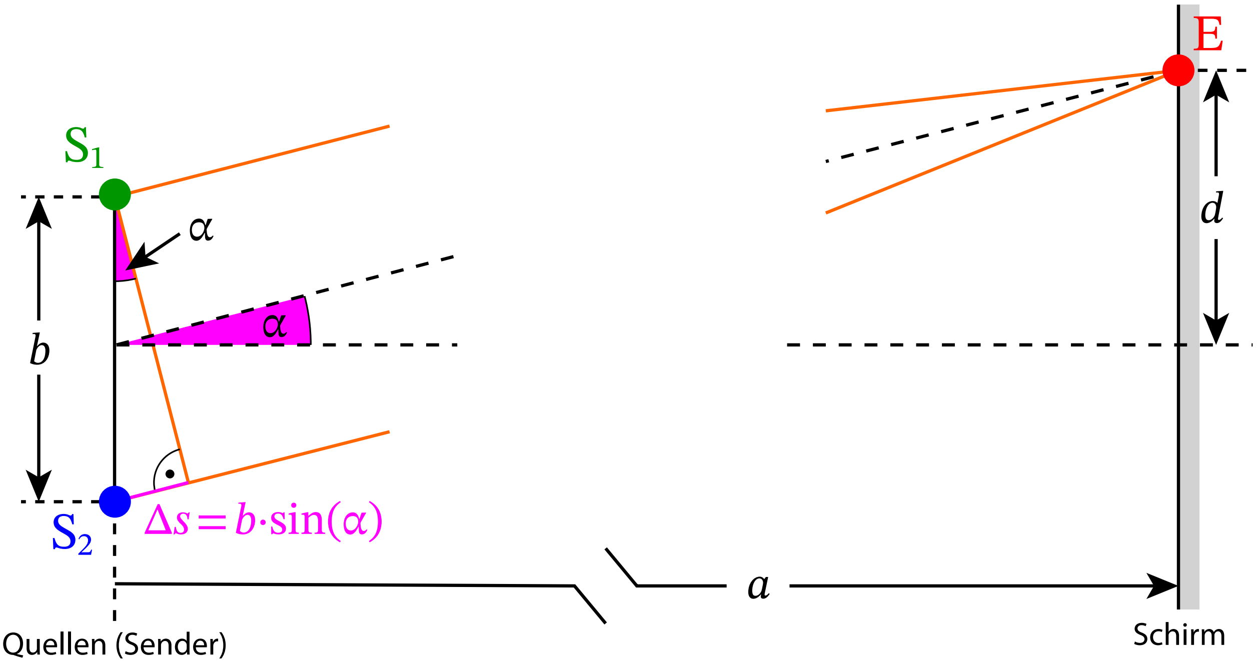


Abb. 3 Gangunterschied für a >> b

In diesem Fall kann annähernd davon ausgehen, dass die beiden Wellenstrahlen, die von den Sendern zum Empfänger laufen, parallel sind. Es gilt dann:

$$\Delta s = \left|\overline{S_2E} - \overline{S_1E}\right| = b \cdot \sin(\alpha)$$

Außerdem gilt:

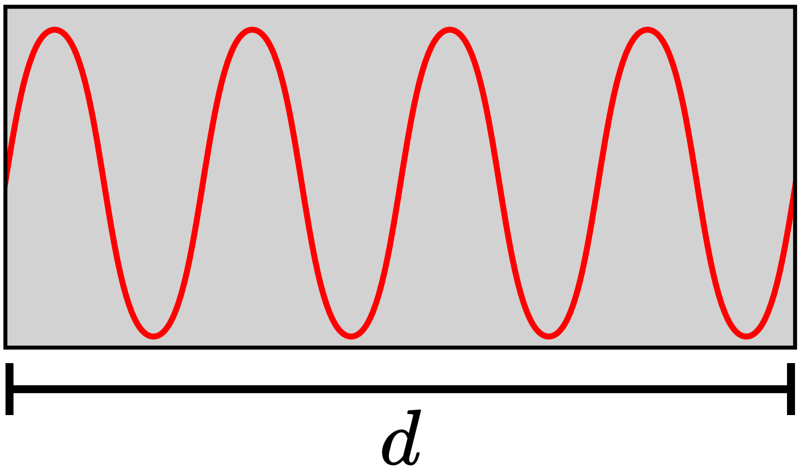
$$\tan(\alpha) = \frac{d}{a}$$

Ist α sehr klein (d.h. in der Schulpraxis $\alpha < 5°$), so stimmt der Sinus und der Tangens eines Winkels gut überein und du kannst die **Kleinwinkelnäherung** $\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$ nutzen, sodass folgt

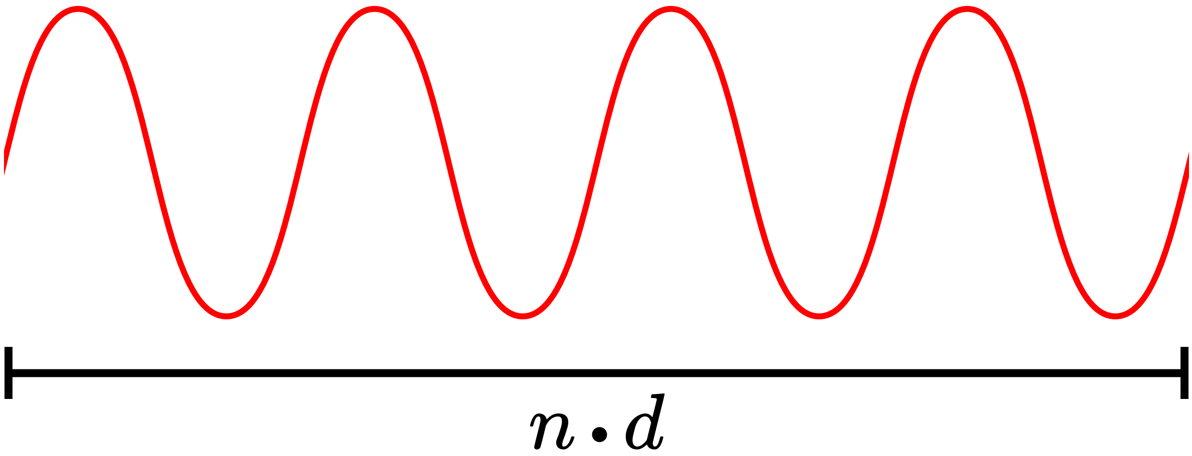
$$\Delta s = b \cdot \tan(\alpha) \Rightarrow \Delta s = b \cdot \frac{d}{a}$$

Optische Weglänge

In transparenter Materie:



In Luft:



Trifft eine elektromagnetische Welle aus der Luft (Ausbreitungsgeschwindigkeit c_0) auf transparente Materie (Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle c_1), so löst sie in der Materie eine frequenzgleiche elektromagnetische Welle aus (erzwungene Schwingung).

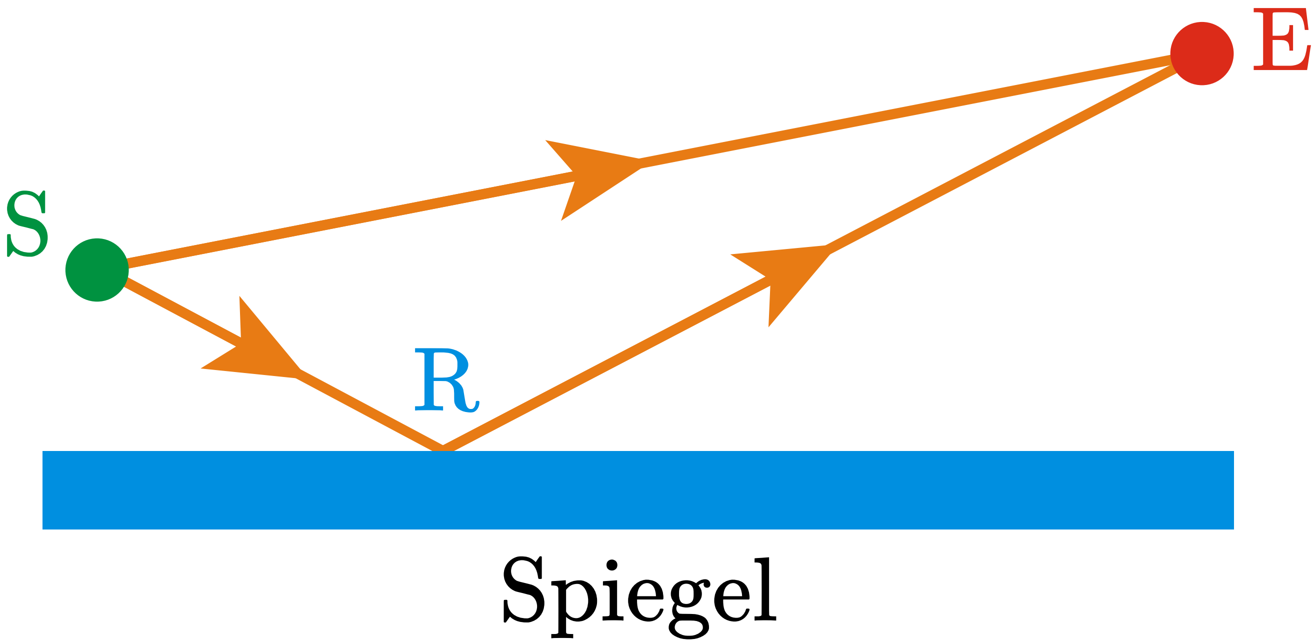
Aus $\frac{c_0}{c_1} = n$ folgt wegen $c = f \cdot \lambda$: $\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = n$

Da die Lichtgeschwindigkeit in Luft (Vakuum) am größten ist, folgt: $\lambda_1 < \lambda_2$;

Dies hat zur Folge, dass auf ein Materiestück der Länge d die gleiche Anzahl von Wellenlängen trifft, wie im Vakuum auf die Strecke $n \cdot d$. Man bezeichnet $n \cdot d$ als optische Weglänge.

Bezüglich der Interferenz sind die Länge $n \cdot d$ in Luft und d in Materie gleichwertig.

Berücksichtigung des Phasensprungs



Wird Licht an einem Übergang vom optisch dünneren Medium zum optisch dichteren Medium reflektiert, so findet ein Phasensprung statt. Man berücksichtigt dies, in dem man zum geometrischen Weg noch die Strecke $\frac{\lambda}{2}$ addiert.

$$\Delta s = \left|\overline{SR}+\overline{RE}+\frac{\lambda}{2}-\overline{ES}\right|$$

Weiterführende Artikel

⚙ Versuche/Erarbeiten

Beugung und Interferenz am Doppelspalt (Simulation)

Doppelspalt

>

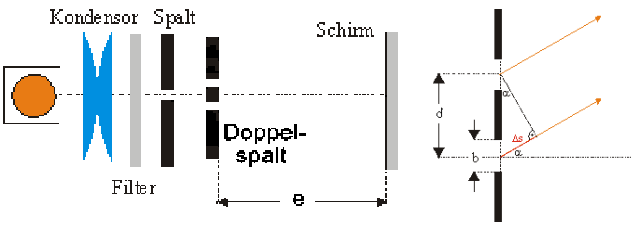
Doppelspalt

Das Wichtigste auf einen Blick

- Beim Doppelspalt treten Interferenzerscheinungen auf.
- Die Lage der Maxima und Minima wird vom Spaltabstand d und der Wellenlänge λ beeinflusst.
- Es gibt Bedingungen für konstruktive und destruktive Interferenz.

Zur Darstellung des Beugungs- und Interferenzbildes eines Doppelspalts benutzt man üblicherweise den nebenstehenden Aufbau.

Die folgende Simulation zeigt das entstehende Bild.



Doppelspalt

Bezeichnet man mit d den Spaltabstand und mit λ die Wellenlänge und vernachlässigt die Spaltbreite b, so gilt für die Lichtintensität I hinter dem Doppelspalt in Abhängigkeit von der Winkelweite α

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi d \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi d \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2$$

Dabei ist I_0 die Intensität des Hauptmaximums (0. Maximum).

Berücksichtigt man dagegen die Spaltbreite b, so gilt für die Lichtintensität I hinter dem Doppelspalt in Abhängigkeit von der Winkelweite α

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \underbrace{\left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{2\pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2}_{\text{Doppelspaltfunktion}} \cdot \underbrace{\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2}_{\text{Einzelspaltfunktion}}$$

Als Bedingungen für die Winkelweiten α_k, unter denen Maxima auftreten, erhält man

$$\alpha_k = 0^\circ \quad \text{oder} \quad d \cdot \sin(\alpha_k) = k \cdot \lambda \,;\; k \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\ldots\}$$

Als Bedingungen für die Winkelweiten α_k, unter denen Minima auftreten, erhält man

$$d \cdot \sin(\alpha_k) = (2 \cdot k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2} = \left(k - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \,;\; k \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\ldots\}$$

Weiterführende Artikel

>

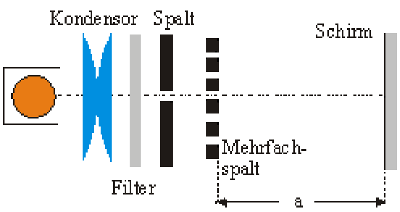
Vielfachspalt und Gitter

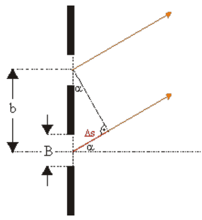
Das Wichtigste auf einen Blick

- Durch Verwendung mehrerer Spalte werden die Interferenzmaxima intensiver und schärfer.
- Aus dem Abstand zwischen den Hauptmaxima kann bei bekanntem Spaltabstand sehr präzise die Wellenlänge des Lichtes berechnet werden.

Zur Darstellung des Beugungs- und Interferenzbildes eines Vielfachspalts oder Gitters benutzt man üblicherweise den nebenstehenden Aufbau.

Die folgende Simulation zeigt das entstehende Bild.





Vielfachspalt und Gitter

Bezeichnet man mit d den Spaltabstand und mit λ die Wellenlänge und vernachlässigt die Spaltbreite b, so gilt für die Lichtintensität I hinter einem Vielfachspalt mit N Spalten in Abhängigkeit von der Winkelweite α

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{N \cdot \pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{N \cdot \pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2$$

Dabei ist I_0 die Intensität des Hauptmaximums (0. Maximum).

Berücksichtigt man dagegen die Spaltbreite b, so gilt für die Lichtintensität I hinter dem Vielfachspalt in Abhängigkeit von der Winkelweite α

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \underbrace{\left[\frac{\sin\left(\frac{N \cdot \pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{N \cdot \pi \cdot d \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2}_{\text{Gitterfunktion}} \cdot \underbrace{\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}}\right]^2}_{\text{Einzelspaltfunktion}}$$

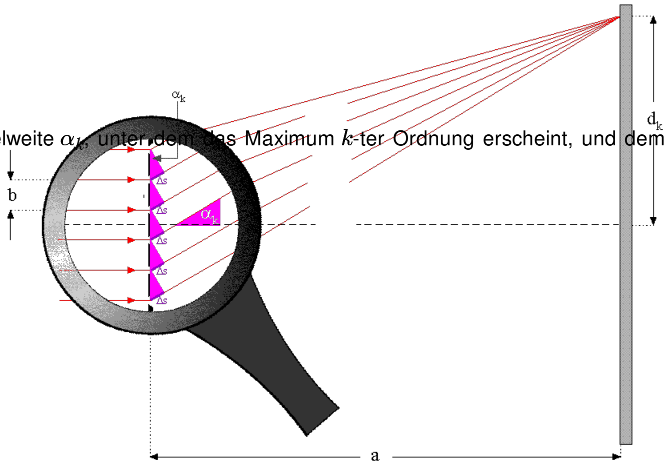
Als Bedingungen für die Winkelweiten α_k, unter denen Hauptmaxima auftreten, erhält man

$$\alpha_k = 0^\circ \quad \text{oder} \quad d \cdot \sin(\alpha_k) = k \cdot \lambda \,;\; k \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\ldots\}$$

Zwischen zwei Hauptmaxima liegen $N-2$ Nebenmaxima und $N-1$ Minima

Fazit: Durch Verwendung mehrerer Spalte (Gitter) werden die Interferenzmaxima intensiver und schärfer. Auf diese Weise ist eine sehr genaue Bestimmung der Wellenlänge des untersuchten Lichts möglich (vgl. auch nachfolgende Herleitung). Die beim Mehrfachspalt auftretenden Nebenmaxima spielen bei genügend hoher Spaltzahl keine Rolle, ihre Intensität ist zu vernachlässigen.

Berechnung der Wellenlänge



Der Gangunterschied Δs benachbarter Wellenstrahlen, welche zum k-ten Maximum laufen, ist

$$\Delta s = k \cdot \lambda \quad (1)$$

Für den Zusammenhang zwischen der Gitterkonstanten b, der Winkelweite α_k, unter dem das Maximum k-ter Ordnung erscheint, und dem Gangunterschied Δs gilt nach dem Sinussatz in einem der kleinen rechtwinkligen Dreiecke

$$\sin(\alpha_k) = \frac{\Delta s}{b} \Leftrightarrow \Delta s = b \cdot \sin(\alpha_k) \quad (2)$$

Hieraus ergib sich durch Gleichsetzen von (1) und (2) für die Wellenlänge

$$k \cdot \lambda = b \cdot \sin(\alpha_k) \Leftrightarrow \lambda = \frac{b \cdot \sin(\alpha_k)}{k} \quad (3)$$

Da die Winkelweite α_k schlecht gemessen werden kann, führt man sie auf entsprechende Längenmessungen zurück: Es gilt nämlich nach dem Satz des PYTHAGORAS und dem Sinusssatz im großen rechtwinkligen Dreieck

$$\sin(\alpha_k) = \frac{d_k}{\sqrt{a^2 + {d_k}^2}} \quad (4)$$

Setzt man nun (4) in Gleichung (3) ein, so ergibt sich

$$\lambda = \frac{b \cdot \frac{d_k}{\sqrt{a^2 + {d_k}^2}}}{k} = \frac{b \cdot d_k}{k \cdot \sqrt{a^2 + {d_k}^2}} \quad (5)$$

Bei guten Gittern und entsprechend hoher Ordnungszahl muss obige Formel (5) zur Wellenlängenberechnung benutzt werden.

Bei nicht allzu guten Gittern und bei niedriger Ordnungszahl kann es sein, das α_k nicht größer als ca. 5° ist. In diesem Fall kann man mit der **Kleinwinkelnäherung** rechnen, die besagt, dass für kleine Winkelweiten der Sinus und der Tangens in etwa gleich sind. Es liefert nämlich der Tangenssatz im großen rechtwinkligen Dreieck

$$\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{a} \quad (4')$$

und mit $\sin(\alpha_k) \approx \tan(\alpha_k)$ liefert das Einsetzen von $(4')$ in Gleichung (3) die vereinfachte Formel

$$\lambda = \frac{b \cdot \frac{d_k}{a}}{k} = \frac{b \cdot d_k}{k \cdot a} \quad (5')$$

Hinweis: Eine weitere Möglichkeit, Gleichung $(5')$ zu erhalten ist die Überlegung, dass für kleine Winkel $d_k \ll a$ ist und deshalb in Gleichung (5) ${d_k}^2$ unter der Wurzel vernachlässigt werden kann. Damit ergibt sich $\sqrt{a^2 + {d_k}^2} \approx \sqrt{a^2} = a$ und damit aus Gleichung (5) Gleichung $(5')$.

In der klassischen Physik stellt die Wellenlängenmessungen mit dem optischen Gitter die Standardmethode dar. Wesentlich genauere Wellenlängen- und Frequenzmessungen sind mit den Methoden der Quantenoptik möglich. Prof. Hänsch von der Uni München bekam für die sogenannte Frequenzkamm-Methode im Jahre 2005 den Nobelpreis für Physik.

Weiterführende Artikel

Aufgaben

Versuche/Erarbeiten

Wellenlängenbestimmung mit dem Doppelspalt

Beugung und Interferenz am Doppelspalt (Simulation)

>

Gittertypen

Das Wichtigste auf einen Blick
Man unterscheidet zwischen Transmissions- und Reflexionsgittern.

Transmissionsgitter

Reflexionsgitter

Weiterführende Artikel

>

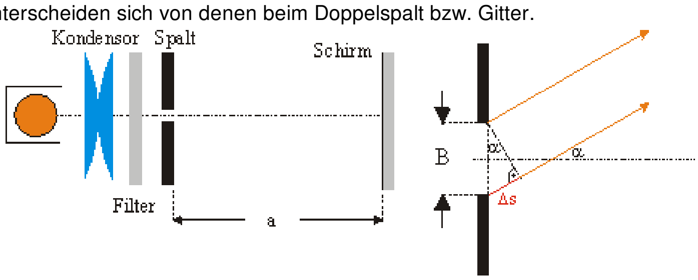
Einzelspalt

Das Wichtigste auf einen Blick

- Auch am Einzelspalt treten Interferenzerscheinungen auf.
- Die Lage der Maxima und Minima wird von der Spaltbreite B und der Wellenlänge λ beeinflusst.
- Die Bedingungen für konstruktive und destruktive Interferenz unterscheiden sich von denen beim Doppelspalt bzw. Gitter.

Zur Darstellung des Beugungs- und Interferenzbildes eines Einzelspalts benutzt man üblicherweise den nebenstehenden Aufbau.

Die folgende Simulation zeigt das entstehende Bild.



Einzelspalt

Bezeichnet man mit b die Spaltbreite und mit λ die Wellenlänge, so gilt für die Lichtintensität I hinter dem Einzelspalt in Abhängigkeit von der Winkelweite α

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot \sin(\alpha)}{\lambda}} \right]^2$$

Dabei ist I_0 die Intensität des Hauptmaximums (0. Maximum).

Als Bedingungen für die Winkelweiten α_k, unter denen Maxima auftreten, erhält man

$$\alpha_k = 0^\circ \quad \text{oder} \quad b \cdot \sin(\alpha_k) = (2 \cdot k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} = \left(k + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \,;\, k \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\dots\}$$

Als Bedingungen für die Winkelweiten α_k, unter denen Minima auftreten, erhält man

$$b \cdot \sin(\alpha_k) = k \cdot \lambda \,;\, k \in \{1\,;\,2\,;\,3\,;\,\dots\}$$

Weiterführende Artikel

Versuche/Erarbeiten

Einzelspalt

Beugung und Interferenz am Einzelspalt (Simulation)

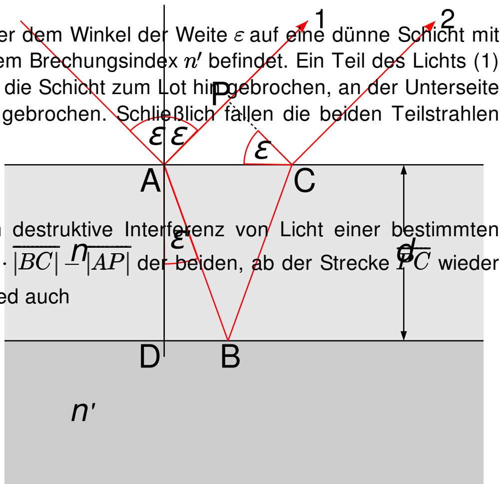
>

Interferenz an dünnen Schichten

Das Wichtigste auf einen Blick

Interferenz tritt häufig auch bei der Reflexion an dünnen Schichten auf - daher schimmern Seifenblasen und Ölschichten auf Wasser häufig farbig.
Bei der Berechnung muss der Phasensprung bei Reflexion an optisch dichterem Medium berücksichtigt werden.

Allgemeine Betrachtung



Bei der Interferenz an dünnen Schichten fällt Licht aus der Luft (Brechungsindex 1) unter dem Winkel der Weite ε auf eine dünne Schicht mit der Dicke d und dem Brechungsindex n, die sich oberhalb einer weiteren Schicht mit dem Brechungsindex n' befindet. Ein Teil des Lichts (1) wird an der Oberfläche (A) reflektiert, ein anderer Teil des Lichts (2) wird beim Eintritt in die Schicht zum Lot hin gebrochen, an der Unterseite der Schicht (B) reflektiert und beim Austritt aus der Schicht (C) vom Lot weg erneut gebrochen. Schließlich fallen die beiden Teilstrahlen wieder zusammen und interferieren.

Berechnung des Gangunterschiedes

Um herauszufinden, unter welchen Winkeln konstruktive und unter welchen Winkeln destruktive Interferenz von Licht einer bestimmten Wellenlänge λ auftritt, benötigt man den optischen Gangunterschied $\Delta s = n\cdot\left|\overline{AB}\right| + n\cdot\left|\overline{BC}\right| - \left|\overline{AP}\right|$ der beiden, ab der Strecke $\overline{PC}$ wieder parallelen Wellenfronten (1) und (2). Wegen $\left|\overline{BC}\right| = \left|\overline{AB}\right|$ beträgt dieser Gangunterschied auch

$$\Delta s = 2\cdot n\cdot\left|\overline{AB}\right| - \left|\overline{AP}\right|$$

Wendet man nun trigonometrische Beziehungen in den Dreiecken ADB und ACP an, nutzt, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist, beachtet das Brechungsgesetz $n=\frac{\sin(\varepsilon)}{\sin(\varepsilon')}$ und führt einige trigonometrische und algebraische Umformungen durch, so erhält man schließlich

$$\Delta s = 2\cdot d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2(\varepsilon)}$$

Herleitung einblenden

Fallunterscheidung zur Berücksichtigung des Phasensprungs

Bei der Reflexion am optisch dichteren Medium tritt immer ein Phasensprung von π, der einem zusätzlichen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ entspricht, auf. Dies ist wegen $n>1$ auf jeden Fall bei der Reflexion am Punkt A und im Fall $n'>n$ auch am Punkt B der Fall, was den Phasensprung am Punkt A dann wieder ausgleicht. Somit ergeben sich folgende Fälle:

1. Fall:
$n' < n$

$$\Delta s = 2\cdot d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2(\varepsilon)} - \frac{\lambda}{2}$$

2. Fall:
$n' > n$

$$\Delta s = 2\cdot d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2(\varepsilon)}$$

Bedingungen für konstruktive und destruktive Interferenz

Für den Fall $n'<n$ (z.B. Luft - Seifenlauge - Luft)

Aus der Bedingung $\Delta s = k\cdot\lambda$ mit $k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$ für Konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit ergibt sich

$$2\cdot d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2(\varepsilon)} - \frac{\lambda}{2} = k\cdot\lambda\;;\;k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$$

Aus der Bedingung $\Delta s = (k+\frac{1}{2})\cdot\lambda$ mit $k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$ für Destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit ergibt sich

$$2\cdot d\cdot\sqrt{n^2\quad\sin^2(\varepsilon)}\quad\frac{\lambda}{2} = (k+\frac{1}{2})\cdot\lambda\;;\;k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$$

Für den Fall $n'>n$ (z.B. Luft - Öl - Wasser)

Aus der Bedingung $\Delta s = k\cdot\lambda$ mit $k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$ für Konstruktive Interferenz (Verstärkung) und damit Helligkeit ergibt sich

$$2\cdot d\cdot\sqrt{n^2-\sin^2(\varepsilon)} = k\cdot\lambda\;;\;k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$$

Aus der Bedingung $\Delta s = (k+\frac{1}{2})\cdot\lambda$ mit $k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$ für Destruktive Interferenz (Auslöschung) und damit Dunkelheit ergibt sich

$$2\cdot d\cdot\sqrt{n^2\quad\sin^2(\varepsilon)} = (k+\frac{1}{2})\cdot\lambda\;;\;k\in\{0;\;1;\;2;\;3;\;\dots\}$$

Weiterführende Artikel

Aufgaben

Versuche/Erarbeiten

NEWTON'sche Ringe (Simulation)

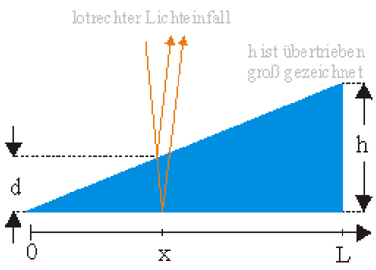
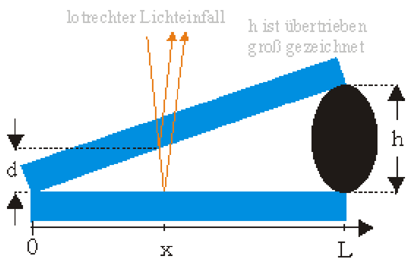
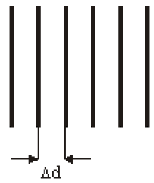
NEWTON'sche Ringe

Seifenblasenoptik (Simulation)

POHL'scher Glimmerblattversuch

Interferenz am Keil

Das Wichtigste auf einen Blick
Auch bei der Reflexion an keilförmigen Anordnungen tritt Interferenz auf.
Mit einem Luftkeil kannst du die Dicke dünner Objekte, wie z.B. von einem Haar bestimmen.

Aufbau	Schirmbild	Theorie
Glaskeil  Luftkeil 	Interferenzen bei gleicher Dicke: Strahlen, welche die gleiche Strecke d zu durchlaufen haben, tragen zu einem Interferenzsteifen bei.  Äquidistante Interferenzstreifen parallel zur Keilkante	**Strahlensatz** $\frac{d}{h}=\frac{x}{L} \Leftrightarrow d=h\cdot\frac{x}{L}$ Glaskeil $\Delta s=2\cdot d\cdot n-\frac{\lambda}{2}$ $\Delta x=\frac{L\cdot\lambda}{2\cdot h\cdot n}$ Luftkeil $\Delta s=2\cdot d+\frac{\lambda}{2}$ $\Delta x=\frac{L\cdot\lambda}{2\cdot h}$ • Δx: Abstand der Interferenzstreifen; • h: Keilhöhe; • L: Keillänge; • n: Brechungsindex Glas • λ: Wellenlänge des Lichts

Anwendung
Mit dem Luftkeil lassen sich sehr kleine Längen (z.B. die Dicke eines Haares) ausmessen.

Weiterführende Artikel

BRAGG-Reflexion

Das Wichtigste auf einen Blick
- Elektromagnetische Wellen mit kleinen Wellenlängen wie z.B. RÖNTGEN-Strahlung untersucht man mit Hilfe von Kristallen, die eine regelmäßige Gitterstruktur besitzen
- Eine elektromagnetische Welle mit einer bestimmten Wellenlänge wird von einem solchen Kristall nur dann reflektiert, wenn sie unter ganz bestimmten Winkeln (**Glanzwinkeln**) auf das Kristall trifft
- Zwischen der Wellenlänge λ, dem Netzebenenabstand d des Kristallgitters, den Weiten θ_n der Glanzwinkel und der entsprechenden Ordnung n des Glanzwinkels besteht die sogenannte **BRAGG-Gleichung** oder **BRAGG-Bedingung** $n\cdot\lambda=2\cdot d\cdot\sin(\theta)\;;\;n\in\mathbb{N}$

Im Jahr 1912 entdeckte der deutsche Physiker **Max von LAUE** (1879 - 1960) zusammen mit **Walter FRIEDRICH** (1883 - 1968) und **Paul KNIPPING** (1883 - 1935), dass RÖNTGEN-Strahlung beim Auftreffen auf Kristalle teilweise reflektiert wird. Für seine Arbeit erhielt von LAUE 1914 den Nobelpreis für Physik. Im gleichen Jahr noch entwickelten der englische Physiker **William Lawrence BRAGG** (1890 - 1971) und sein Vater **William Henry BRAGG** (1862 - 1942) eine Formel, die diese spezielle Reflexion beschreibt, die sogenannte **BRAGG-Gleichung** oder **BRAGG-Bedingung**. Hierfür erhielten Vater und Sohn BRAGG 1915 den Nobelpreis für Physik.

Die Reflexion von z.B. RÖNTGEN-Strahlung an solchen Kristallen ist dabei ganz anders, als wir es von der Reflexion von Licht an Spiegeln kennen: Strahlen wir Licht beliebiger Wellenlänge unter einem beliebigen Winkel auf einen Spiegel, so werden alle Wellenlängen nach dem bekannten Reflexionsgesetz ("Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel") unter dem gleichen Winkel reflektiert. Strahlen wir dagegen RÖNTGEN-Strahlung einer bestimmten Wellenlänge auf ein Kristall, dann wird diese Strahlung überhaupt nur dann reflektiert, wenn sie unter ganz bestimmten Winkeln, den sogenannten **Glanzwinkel**n, auf das Kristall trifft; ansonsten tritt keine Reflexion auf, die Strahlung wird quasi "verschluckt".

Den Physikern wurde schnell klar, dass die Reflexion durch konstruktive Interferenz und das "Verschlucken" durch destruktive Interferenz zustande kommen muss. Die BRAGG-Gleichung beschreibt, wann es zu konstruktiver Interferenz und damit zur Reflexion an einem Kristall kommt. Sie stellt eine Beziehung zwischen den Glanzwinkeln θ, bei denen konstruktive Interferenz auftritt, dem Netzebenenabstand d des Kristalls und der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlung her. Man kann die BRAGG-Gleichung zur Bestimmung der Wellenlänge von RÖNTGEN-Strahlung, aber auch zur Untersuchung der Struktur von Kristallen nutzen; solche Untersuchungen bezeichnet man als **RÖNTGEN-Spektroskopie**.

Im folgenden wollen wir die Herleitung der BRAGG-Gleichung nachvollziehen.

Mathematische Herleitung der BRAGG-Gleichung

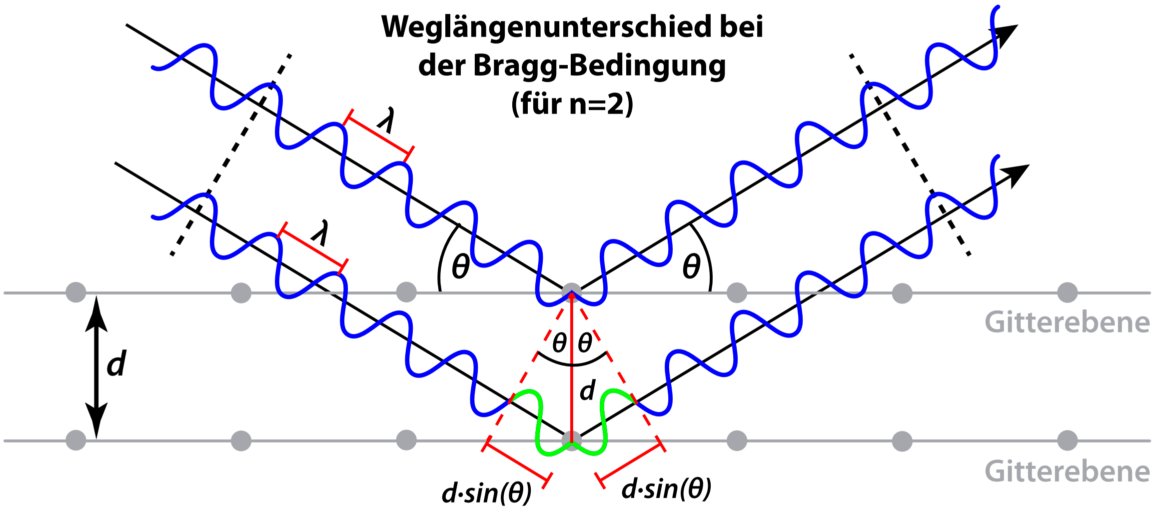


Abb. 3 Bestimmung des Gangunterschieds zwischen zwei ausfallenden Wellenzügen bei Reflexion an zwei benachbarten Netzebenen

Der Gangunterschied Δs zwischen zwei gleichphasig einlaufenden Wellenzügen hängt von der Weite θ des Einfallswinkels und dem Abstand d der Netzebenen ab.

Mithilfe von geometrischen Betrachtungen ergibt sich aus **Abb. 3** der Gangunterschied zu

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$$

Der Faktor 2 ergibt sich in der Formel daraus, dass der zusätzliche Weg sowohl beim Einfallen als auch beim Ausfallen der Welle zurückgelegt werden muss.

Für konstruktive Interferenz muss der Gangunterschied Δs ein Vielfaches der Wellenlänge betragen. Die BRAGG-Bedingung für konstruktive Interferenz ergibt sich somit zu

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta)$$

wobei $n \in \mathbb{N}$ die Ordnung des Interferenzmaximums angibt. In **Abb. 3** ist das Wellenbild für $n = 2$ dargestellt. Der Gangunterschied der Wellen beträgt also zwei Wellenlängen und die Wellen sorgen für das Interferenzmaximum 2. Ordnung.

Bragg-Bedingung

Elektromagnetische Wellen mit kleinen Wellenlängen wie z.B. RÖNTGEN-Strahlung untersucht man mit Hilfe von Kristallen, die eine regelmäßige Gitterstruktur besitzen.

Eine elektromagnetische Welle mit einer bestimmten Wellenlänge wird von einem solchen Kristall nur dann reflektiert, wenn sie unter ganz bestimmten Winkeln (**Glanzwinkeln**) auf das Kristall trifft.

Zwischen der Wellenlänge λ, dem Netzebenenabstand d des Kristallgitters, den Weiten θ_n der Glanzwinkel und der entsprechenden Ordnung n des Glanzwinkels (Ordnung des Maximums) besteht die sogenannte **BRAGG-Gleichung** oder **BRAGG-Bedingung**

$$n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot \sin(\theta) \; ; \; n \in \mathbb{N}$$

Keine Reflexion im eigentlichen Sinne

Man spricht zwar häufig von "BRAGG-Reflexion", tatsächlich hat diese "Reflexion" nur bedingt etwas mit der Lichtreflexion an einem Spiegel zu tun:

Beim Spiegel tritt Reflexion bei jedem Einfallswinkel auf. Die "BRAGG-Reflexion" ist **ausschließlich unter den Glanzwinkeln zu beobachten**, da es aufgrund der großen Anzahl von Atomen in einem Kristall für jeden anderen Fall statistisch zu jedem Atom immer ein zweites, das die gebeugte Welle des ersten genau auslöscht. So ist keine Reflexion mehr zu beobachten. Dies ist auch die Situation in nicht-kristallinem Material, unabhängig von der Einstrahlrichtung.

Weiterführende Artikel

Versuche/Erarbeiten

Drehkristallmethode von BRAGG

>