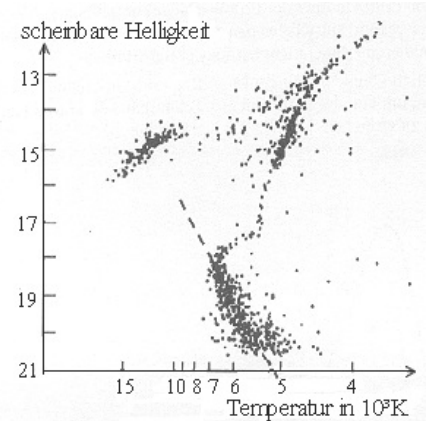


Kugelsternhaufen M13 (Abitur BY 2005 GK A6)

Aufgabe:

Kugelsternhaufen bestehen aus sehr vielen Sternen auf engem Raum, deren Sterndichte zum Zentrum hin stark zunimmt. Der hellste am Nordhimmel sichtbare Kugelsternhaufen ist M13 im Sternbild Herkules. Für M13 erhält man experimentell das rechte Hertzsprung-Russel-Diagramm (HRD). Die gestrichelte Hilfslinie kennzeichnet den ungefähren Verlauf der Hauptreihe.



Aufgabe 1)

a) Im HRD von M13 findet man u.a. Hauptreihensterne und Rote Riesen. Erläutern Sie die wesentlichen Unterschiede von Hauptreihensternen und Roten Riesen anhand der Veränderungen, die bei der Entwicklung eines Sterns auftreten. (8 BE)

b) Entnehmen Sie dem Diagramm die scheinbare Helligkeit eines Sterns, den Sie für sonnentypisch halten. Berechnen Sie damit einen Wert für die Entfernung von M13 zu unserem Sonnensystem. (6 BE)

c) Es gibt in M13 auch weiße Zwerge. Geben Sie an, wo sich in diesem HRD die Weißen Zwerge befinden müssen. Begründen Sie ihre Aussage mit den Eigenschaften Weißer Zwerge. (5 BE)

Aufgabe 2)

In M13 wird der Cepheidenstern V2 beobachtet. Aus seiner Lichtkurve wird eine Periodendauer von 5,1 Tagen mit einer mittleren scheinbaren Helligkeit von 13,1 bestimmt. Der Cepheide V2 gehört zur Population II und leuchtet um genau 2 Größenklassen weniger hell als klassische Cepheiden gleicher Periodendauer.

d) Berechnen Sie die absolute Helligkeit des Cepheiden V2 und daraus die Entfernung r von M13. [Zur Kontrolle: $r = 8,2 \text{ kpc}$] (8 BE)

e) Auf dem Weg von M13 zu uns wird das Sternenlicht durch Streuung an interstellarer Materie leicht abgeschwächt (Extinktion). Ist daher der in Teilaufgabe d) berechnete Wert für die Entfernung von M13 zu klein oder zu groß? Begründen Sie ihre Aussage. (4 BE)

f) Lesen Sie aus dem HRD die scheinbare Helligkeit des massereichsten Hauptreihenstern ab und berechnen Sie seine Leuchtkraft in Sonnenleuchtkräften. Bestimmen Sie außerdem mit Hilfe des HRD seinen Radius in Sonnenradien. [Zur Kontrolle: $L = 3,5 \cdot L_S$] (10 BE)

g) Schätzen Sie mit Hilfe des Ergebnisses von Teilaufgabe f) das Alter von M13 ab. Welche vereinfachende Annahme macht man dabei? Verwenden Sie für die Entwicklungszeit der Sonne $\tau_S = 10 \text{ Mrd. Jahre}$. (8 BE)

Aufgabe 3)

Anlässlich der Einweihung des modernisierten leistungsstarken Arecibo-Radioteleskops auf Puerto Rico im Jahr 1974 wurde eine 3,0 Minuten lange Nachricht an hypothetische außerirdische Zivilisationen in M13 gesendet.

h) Ermitteln Sie unter Verwendung des Ergebnisses von Teilaufgabe 2a, wie viele Jahre vergehen müssen, bis wir auf der Erde ein mögliches Antwortsignal von dort empfangen könnten. (4 BE)

i) Das Signal hatte eine Trägerfrequenz von 2,38 GHz. Berechnen Sie die dazu gehörige Wellenlänge. (3 BE)

j) Man kann davon ausgehen, dass für diese Außerirdischen die Strahlungsquellen Sonne und Erde nicht einzeln auflösbar wären. Dennoch könnten sie bei Nutzung entsprechender Technik irdische Radiosignale erkennen. Begründen Sie dies. Vergleichen Sie dazu qualitativ die Intensität der Sonnenstrahlung im optischen Bereich und im Radiobereich. (4 BE)

Lösung:

Aufgabe 1)

a) Hauptreihensterne zeichnen sich dadurch aus, dass im Kern des Sterns Wasserstoff zu Helium fusioniert und als Energiequelle dient. Ist der Wasserstoff im Kern verbraucht, so schrumpft der Kern auf Grund des geringeren Strahlungsdruck im Inneren, der Fusionsprozess verlagert sich nach außen (Schalenbrennen), die Hülle wird durch den Strahlungsdruck aufgebläht, so dass der Stern größer wird und bei annähernd gleicher (oft auch steigender) Leuchtkraft eine geringere Außentemperatur hat. Daher der Name Roter Riese. Im Inneren des Sterns kommt es auf Grund des erhöhten Drucks und der erhöhten Temperatur zur Fusion von Helium zu Kohlenstoff und dann zu höheren Elementen bis hin zum Eisen. Auch diese Fusionsprozesse wandern langsam in Schalen nach außen.

- b) Aus dem Diagramm ersieht man für die Sonnentemperatur von 5800K eine zugehörige scheinbare Helligkeit von etwa $m = 19,5$.

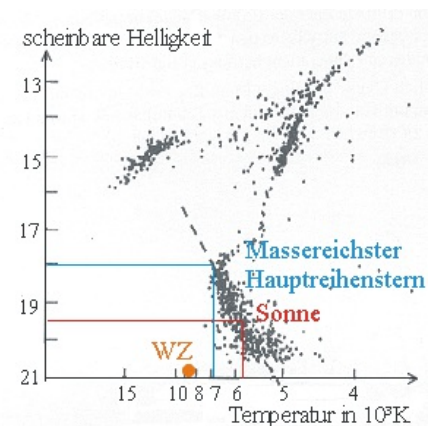
Mit dem Entfernungsmodul

$$m - M = 5 \cdot \log \frac{r}{10 \text{ pc}} \Rightarrow r = 10^{\frac{m-M}{5}} \cdot 10 \text{ pc}$$

ergibt sich

$$r = 10^{\frac{19,5-4,8}{5}} \cdot 10 \text{ pc} = 8,7 \text{ kpc}$$

- c) Ein Weißer Zwerg entsteht aus einem Roten Riesen, nachdem dieser seine Hülle abgestoßen hat. Der Weiße Zwerg ist deshalb klein, hat aber eine Temperatur von etwa 10000K und eine etwas geringere Leuchtkraft als die Sonne, er befindet sich im HRD links unterhalb der Sonne.



Aufgabe 2)

- d) Aus der Periodenleuchtkraftbeziehung ergibt sich:

$$M_{V2} = -1,67 - 2,54 \cdot \log \frac{P}{1 \text{ d}} + 2 \Rightarrow M_{V2} = -1,67 - 2,54 \cdot \log 5,1 + 2 = -1,5$$

Mit dem Entfernungsmodul (siehe Teilaufgabe b)) $r = 10^{\frac{19,1-(-1,5)}{5}} \cdot 10 \text{ pc} = 8,3 \text{ kpc}$

(Das Zwischenergebnis 8,2 kpc erhält man, wenn man stets mit den ungerundeten Daten weiterrechnet.)

- e) Wegen der interstellaren Extinktion misst man den Wert von m etwas zu groß. Würde man in den Entfernungsmodul ein kleineres m einsetzen ergäbe sich eine geringere Entfernung.

- f) Die Hauptreihe knickt bei $m = 18,0$ ab, dort ist der massereichste Hauptreihenstern.

Seine absolute Helligkeit bekommt man mit dem Entfernungsmodul unter Verwendung der berechneten Entfernung $r = 8,2 \text{ kpc}$.

$$M = m - 5 \cdot \log \frac{r}{10 \text{ pc}} \Rightarrow M = 18,0 - 5 \cdot \log 820 = 3,4$$

Die relative Leuchtkraft L^* ergibt sich aus:

$$L^* = \frac{L}{L_S} = 2,512^{M_S - M} \Rightarrow L^* = 2,512^{4,8 - 3,4} = 3,6$$

Die Temperatur dieses Hauptreihensterns entnimmt man dem HRD mit etwa 6900K

Vergleicht man die Leuchtkräfte von Sonne und massereichstem Hauptreihenstern so ergibt sich durch Einsetzen in das Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$3,5 \cdot L_S = L \Rightarrow 3,5 \cdot \sigma \cdot 4 \cdot R_S^2 \cdot \pi \cdot T_S^4 = \sigma \cdot 4 \cdot R^2 \cdot \pi \cdot T^4 \Rightarrow \frac{R^2}{R_S^2} = 3,5 \cdot \frac{T_S^4}{T^4}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R_S} = R^* = \sqrt{3,5} \cdot \left(\frac{T_S}{T}\right)^2 \Rightarrow R^* = \sqrt{3,5} \cdot \left(\frac{5800 \text{ K}}{6900 \text{ K}}\right)^2 = 1,3$$

- g) Die Entwicklungszeit auf der Hauptreihe ist indirekt proportional zum Quadrat der Masse m . Die Leuchtkraft ist proportional zu m^3 .

$$\tau^* = \frac{\tau}{\tau_S} = \frac{1}{m^{*2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{L^{*2}}} \Rightarrow \tau^* = \frac{1}{\sqrt[3]{3,5^2}} = 0,43$$

Der Kugelsternhaufen ist also 4,3 Mrd Jahre alt, wenn man die vereinfachte Annahme macht, dass alle Sterne des Haufens etwa gleichzeitig entstanden sind.

Aufgabe 3)

- h) Signalgeschwindigkeit ist die Lichtgeschwindigkeit c und der Weg ist beträgt $2 \cdot r$. Somit ergibt sich die Laufzeit zu

$$t = \frac{2 \cdot r}{c} \Rightarrow t = 2 \cdot 8,2 \cdot 10^3 \cdot 3,26 \text{ a} = 5,3 \cdot 10^4 \text{ a}$$

- i) Die Wellenlänge beträgt

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,38 \cdot 10^9 \frac{1}{\text{s}}} = 0,126 \text{ m}$$

- j) Das Maximum der Strahlung von der Sonne liegt im sichtbaren Bereich. Im Bereich von Radiowellen, wie er in Teilaufgabe i) verwendet wird, ist die Strahlung der Sonne so klein, dass es ein Radiosignal von der Erde nicht vollständig überdeckt. (Ansonsten wären Verständigungen mit Raumsonden im Bereich des Saturns kaum möglich)