

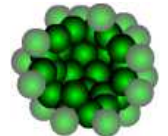
Einfache Kernmodelle

In der Atomphysik haben wir andeutungsweise den **historischen Weg** vom einfachen Atommodell der kinetischen Gastheorie bis hin zum quantenmechanischen Atommodell verfolgen können. Letzteres ist extrem leistungsfähig und beschreibt - bei entsprechendem mathematischen Aufwand, der an Schulen nicht nachvollzogen werden kann - alle Eigenschaften der Atomhülle erschöpfend.

In der Kernphysik fehlt noch das allumfassende Modell. Man verwendet für die Beschreibung unterschiedlicher Kerneigenschaften meist auch unterschiedliche Modelle, von denen im Folgenden zwei kurz charakterisiert werden sollen.

Tröpfchenmodell

Das Tröpfchenmodell behandelt den Kern ähnlich wie einen Flüssigkeitstropfen, bei dem man auch von einer konstanten Materiedichte ausgehen kann. Dieses Modell verschafft eine Einsicht in den Verlauf der Bindungsenergie eines Kerns und damit dessen Masse. Das Modell ist in der Lage einige Aussagen über Kerzerfälle und auch Spaltreaktionen zu machen. Weitergehende Vorhersagen kann die sogenannte semiempirische Massenformel von Weizsäcker jedoch nicht leisten.



Wenn du an einer etwas detaillierteren - aber noch immer nicht vollständigen - Darstellung dieses Modells interessiert bist, so haben wir dieses hier für dich zusammengefasst.

Inhalt einblenden

Die Idee zum Tröpfchenmodell stammt von dem Physiker GAMOV und wurde von mehreren namhaften Physikern (u.a. BETHE und v. WEIZSÄCKER) weiterentwickelt.

Die Ruhemasse eines Kerns kann mit Hilfe der **Bindungsenergie** in der folgenden Form geschrieben werden:

$$m_{\text{K},0} = Z \cdot m_{p,0} + N \cdot m_{n,0} - \frac{B}{c^2}$$

Wenn es gelingt, B zu berechnen, so kann man alle Kernmassen theoretisch vorhersagen. Durch einen Vergleich mit einem Flüssigkeitstropfen konnte v. WEIZSÄCKER eine halbempirische Formel für B angeben. In Folge verschiedener Einflüsse setzt sich die Bindungsenergie (entspricht beim Flüssigkeitstropfen etwa der Kondensationsenergie) aus verschiedenen Anteilen zusammen:

$$B = B_0 + B_1 + B_2 + \dots$$

Auf die leichter verständlichen Anteile der Bindungsenergie wird im Folgenden eingegangen.

Volumenenergie

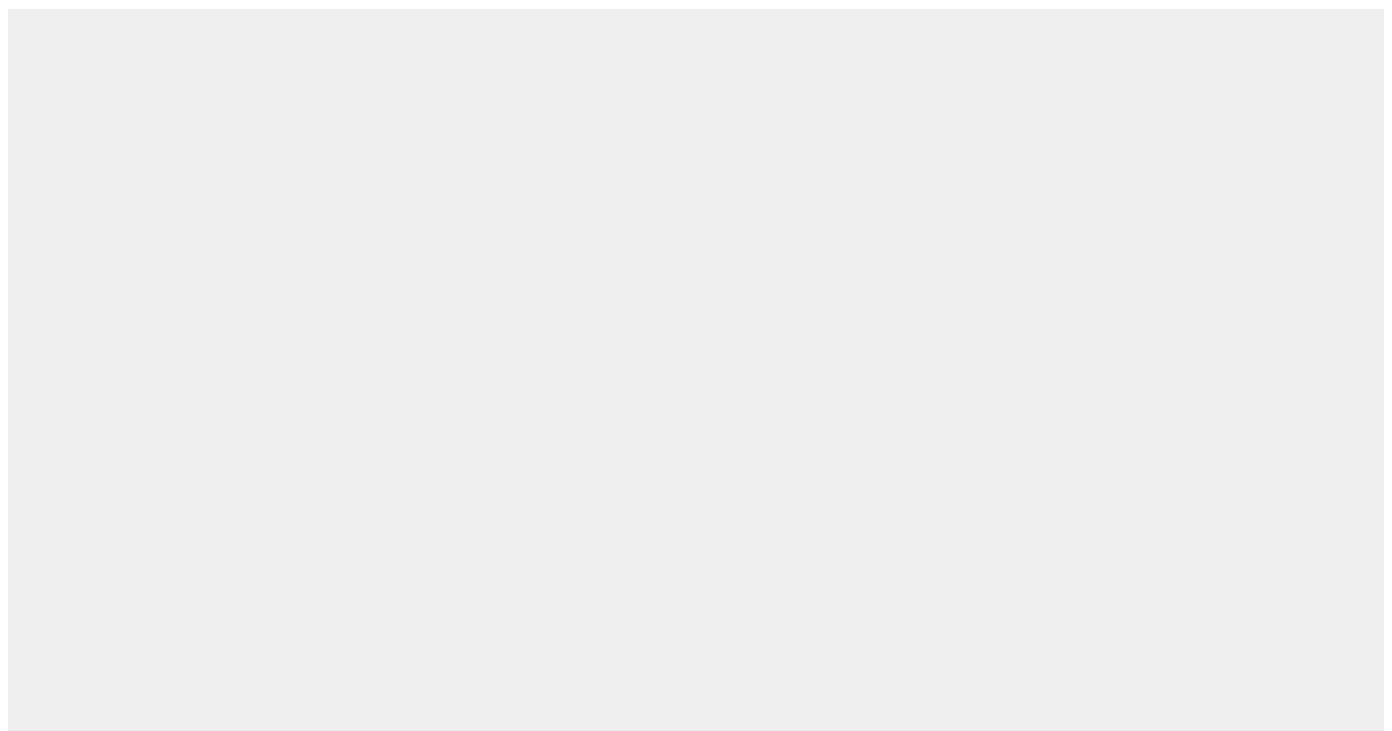


Abb. 2 Freiwerden von Bindungsenergie beim Aufbau von Atomkernen

Der größte Anteil B_0 der Bindungsenergie ist auf die direkte kurzreichweitige Wechselwirkung der Nukleonen aufgrund der Kernkräfte zurückzuführen. Aus dem Verlauf der mittleren Bindungsenergie pro Nukleon in Abhängigkeit von A weiß man, dass für mittlere Kerne ein Wert für B/A von ungefähr 8 MeV anzusetzen ist (bei sehr leichten und sehr schweren Kernen sind noch andere Einflüsse zu berücksichtigen).

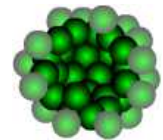
Die Massendichte in den Kernen ist nahezu unabhängig von deren Massezahl (vgl. hierzu Musteraufgabe). Dies ist eine unmittelbare Folge der Kurzreichweitigkeit der Kernkräfte. Jedes Nukleon tritt nur mit seinen unmittelbaren Nachbarn in direkte Wechselwirkung und deren Zahl ist begrenzt. Die Bindungsenergie für ein Nukleon hängt also nicht davon ab, wie viele Nukleonen noch jenseits der unmittelbaren Nachbarn vorhanden sind. Es gilt

$$\frac{B_0}{A} = \text{const.} \Rightarrow B_0 \sim A \Rightarrow B_0 = a_V \cdot A$$

Oberflächenenergie

Die strenge (direkte) Proportionalität zwischen B_0 und A geht davon aus, dass jedes Nukleon stets die gleichartige Umgebung vorfindet. Dies ist jedoch für Nukleonen an der Kernoberfläche nicht der Fall, sie sind nicht - aufgrund fehlender Partner - so stark gebunden wie Nukleonen im Kerninneren. Man muss daher den Term B_0 durch den sogenannten Oberflächenterm B_1 korrigieren. Die Zahl der Nukleonen an der Kernoberfläche ist proportional zur Oberfläche. Für die Abhängigkeit der Oberfläche von der Nukleonenzahl lässt sich die folgende Proportionalität angeben:

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r_K^2 = 4 \cdot \pi \cdot (r_0 \cdot \sqrt[3]{A})^2 = 4 \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot A^{\frac{2}{3}} \Rightarrow O \sim A^{\frac{2}{3}}$$



Zahl N der "Oberflächenkerne"

$$N \sim A^{\frac{2}{3}}$$

Somit ergibt sich als Korrekturterm für die Volumenenergie

$$B_1 = -a_O \cdot A^{\frac{2}{3}}$$

COULOMB-Energie

Die im Kern befindlichen Protonen stoßen sich aufgrund der langreichweitigen Coulombkräfte gegenseitig ab. Auch dies führt zu einer Verringerung der Bindungsenergie, was in einem weiteren Korrekturterm B_2 berücksichtigt wird. Für die elektrostatische Energie einer kontinuierlich über das Innere einer Kugel vom Radius r_K verteilte Gesamtladung $Z \cdot e$ gilt

$$E_{\text{estat}} \sim \frac{(Z \cdot e)^2}{r_K} = \frac{(Z \cdot e)^2}{r_0 \cdot \sqrt[3]{A}} = \frac{e^2 \cdot Z^2}{r_0} \cdot A^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow E_{\text{estat}} \sim Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

Somit ergibt sich als Korrekturterm für die COULOMB-Energie

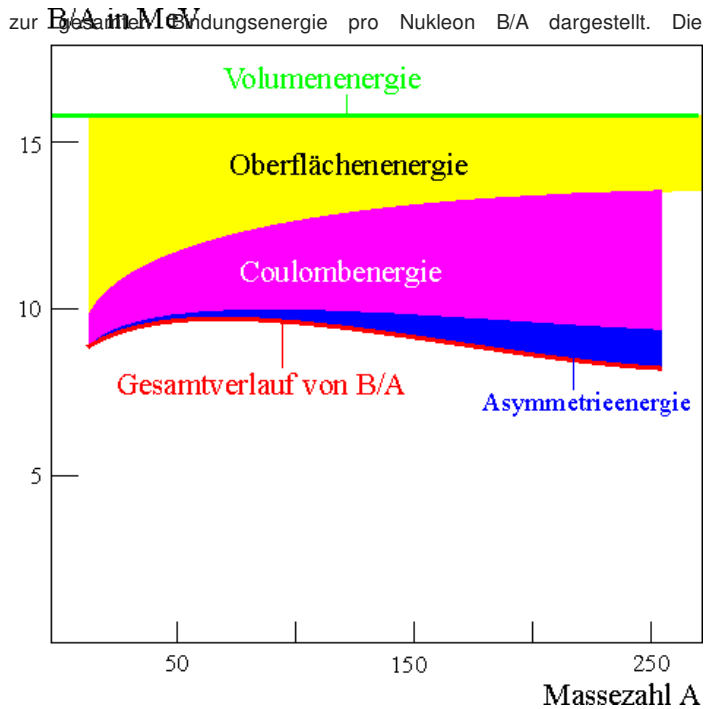
$$B_2 = -a_C \cdot Z^2 \cdot A^{-\frac{1}{3}}$$

Von WEIZSÄCKER führte noch weitere Korrekturterme ein, auf die hier nur kurz eingegangen werden soll: Mit der Asymmetrienergie wird dem Neutronenüberschuss schwerer Kerne Rechnung getragen und mit der Paarungsenergie wird die Tatsache berücksichtigt, dass Kerne mit gerader Neutronen- und Protonenzahl (gg-Kerne) deutlich stabiler sind als solche mit ungerader Neutronen- und Protonenzahl (uu-Kerne). Die folgende Tabelle gibt hierüber einen statistischen Überblick:

Kernsorte	Zahl der stabilen Isotope	Stabilität	Zahl der Isotope pro Element

gg: gerade Protonen- und Neutronenzahl	165	sehr stabil	mehrere
gu: gerade Protonenzahl und ungerade Neutronenzahl	55	stabil	1
ug: ungerade Protonenzahl und gerade Neutronenzahl	50	stabil	1
uu: ungerade Protonen- und Neutronenzahl	4	zumeist instabil	1

In der Skizze sind die einzelnen Beiträge der Energieterme zur Gesamtbindingenergie pro Nukleon B/A dargestellt. Die Proportionalitätskonstanten a_v , a_o , a_c usw. sind dabei empirisch ermittelte Werte.



Das Potenzialtopfmodell (Fermi-Gas-Modell)

Beim quantenmechanischen Atommodell ergaben sich Elektronenzustände mit diskreter Energie dadurch, dass die Elektronen der Hülle durch das Coulombpotenzial des Kerns auf einen begrenzten Raumbereich "eingesperrt" waren. Unter der Berücksichtigung des **Pauli-Prinzips** konnte man den Aufbau der Hülle verschiedener Atomsorten verstehen.

Ähnliche Überlegungen führen zum sogenannten Potenzialtopfmodell des Kerns. Im Gegensatz zur Hülle fehlt hier jedoch das zentrale Kraftzentrum, welches das Potenzial ausmacht. Bei diesem Modell geht man davon aus, dass sich ein Nukleon unabhängig von den anderen Nukleonen in einem mittleren Kernpotenzial bewegt, das durch die anderen Nukleonen bewirkt wird.

Abb. 5 Kraft- und Energieverhältnisse beim Einbau eines Neutrons in einen bestehenden Atomkern aus Neutronen

Lässt man zunächst die Coulombabstoßung außer Acht, so erfährt ein Nukleon in großer Entfernung vom Kern keine Kraft, d.h. zur Ortsveränderung des Nukleons ist keine Arbeit zu verrichten, der Potenzialverlauf ist horizontal. Da das sich annähernde Nukleon noch frei ist, weist man ihm (ähnlich wie einem freien Elektron in der Atomphysik) den Potenzialwert Null zu.

Gelangt das Nukleon an den scharf begrenzten Kernrand, wo schlagartig die starke anziehende Kernkraft wirksam wird (in der Animation rechts angedeutet durch den blauen Pfeil), so muss das Potenzial steil abfallen, das System Nukleon-Kern verliert potenzielle Energie.

Im Kerninneren wird das Nukleon von allen Seiten gleichmäßig angezogen, so dass keine resultierende Kraft wirkt. In diesem Fall muss der Potenzialverlauf wieder horizontal sein.

In dem räumlich begrenzten Kernpotenzial sind - ähnlich wie in der Hülle - nur diskrete Energiezustände der Nukleonen möglich. In einem durch einen Satz von Quantenzahlen charakterisierten Zustand darf sich nach dem Pauli-Prinzip jeweils nur ein Nukleon aufhalten.

In der nebenstehenden Skizze sind auf einem Niveau jeweils zwei Nukleonen gezeichnet, die sich durch ihre Spinquantenzahl unterscheiden.

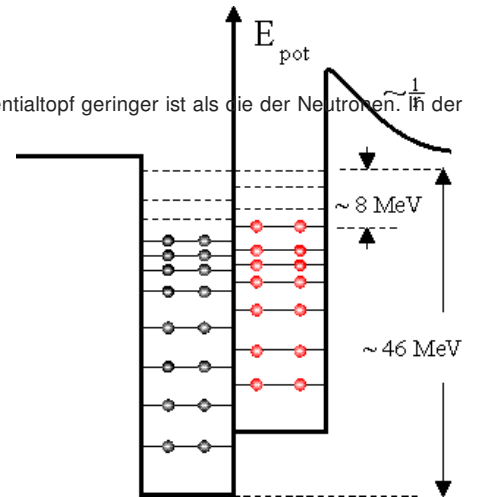
Abb. 6 Kraft- und Energieverhältnisse beim Einbau eines Protons in einen bestehenden Atomkern aus Protonen

Bei der Annäherung eines Protons an den Kern verspürt dies die langreichweitige, abstoßende Kraft der Kernprotonen. Erst in Kernnähe wird die abstoßende Coulombkraft (rot) von der Kernkraft (blau) überwogen.

Der Kern besteht aus zwei voneinander verschiedenen Typen von Fermiteilchen, den Protonen und den Neutronen.

Die abstoßende Coulombkraft zwischen den Protonen bewirkt, dass ihre Bindungsenergie im Potentialtopf geringer ist als die der Neutronen. In der Skizze sind die beiden Potentialtöpfe nebeneinander gezeichnet. Der Boden des Neutronentopfes liegt energetisch ca. -46 MeV, derjenige des Protonentopfes liegt etwas höher.

Die höchsten noch besetzten Neutronen- und Protonenniveaus haben energetisch etwa den gleichen Wert. Wäre dies nicht so, würden sich Protonen in Neutronen umwandeln (β^+ -Zerfall) oder umgekehrt (β^- -Zerfall). Diese Niveaus liegen ca. 8 MeV unter dem Nullniveau.



Hinweis: Ähnlich wie in der Hülle gibt es auch beim Kern so etwas wie Schaleffekte. Bei magischen Nucleonenzahlen (wenn entweder N oder Z einen der Werte 2, 8, 20, 28, 50, 82 oder 126 annimmt) ist es z.B. sehr schwer ein Nukleon aus einem Kern zu lösen. Eine ähnliche Beobachtung hatten wir bei abgeschlossenen Schalen, wie sie die Edelgase besitzen, zu beobachten. Zur Erklärung dieses Phänomens schuf man das sogenannte Schalenmodell des Atomkerns, welches hier jedoch nicht näher besprochen werden soll.

